



**UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**ESCUELA BÁSICA**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



ASIGNATURA: <b>CÁLCULO III</b>				TIPO DE ASIGNATURA: <b>OBLIGATORIA</b>			
CODIGO: <b>0253</b>	UNIDADES: <b>5</b>			REQUISITOS: <b>0252</b>			
HORAS/SEMANA: <b>6</b>	TEORÍA: <b>3</b>	PRÁCTICA: <b>3</b>	LABORATORIO:	SEMINARIO:	TRABAJO SUPERVISADO: <b>2</b>	HORAS TOTALES DE ESTUDIO: <b>6</b>	SEMESTRE: <b>3er</b>

## PROPÓSITO

Con este curso, ubicado en el tercer semestre del plan de estudios, se da continuidad a la formación básica obtenida con los cursos iniciales. En el mismo, se tratan contenidos que son de inmediata aplicabilidad en materias correspondientes tanto al ciclo básico como al profesional.

Dentro de la concepción actual de los pensa vigentes, el contenido propuesto en la materia de Cálculo III, forma parte de los programas anteriormente correspondientes a los Análisis Matemáticos III y IV.

Básicamente, la estructura global propuesta para Cálculo III consta de tres temas principales:

Tema 1: Funciones Vectoriales de Variable Real, contemplándose el estudio de curvas en  $\mathbf{R}^2$  y  $\mathbf{R}^3$ , en forma paramétrica. Propiedades de estas curvas: curvatura, torsión y fórmulas de Frenet. Estudio en el sistema de coordenadas polares, curvas simples en este sistema.

Tema 2: Funciones Reales de Variable Vectorial o campos escalares para los cuales estudiamos dominio, límite, continuidad, diferenciabilidad, máximos y mínimos, aplicaciones de máximos y mínimos, gráfica. Estudio de superficies elementales: superficies cilíndricas, de revolución, cuádricas.

Tema 3: Integrales Múltiples: integrales dobles y triples, con sus aplicaciones inmediatas al cálculo de masas, centros de gravedad, momentos de masa y de inercia, tanto de superficies como de sólidos, área de figuras planas y volúmenes de sólidos.

## OBJETIVOS GENERALES

- Reconocer y manipular algebraicamente las funciones vectoriales de variable real y las funciones reales de variable vectorial.
- Desarrollar habilidades para el estudio de las funciones vectoriales de variable real y las funciones reales de variable vectorial.
- Interpretar las integrales múltiples como áreas, volúmenes, momentos y centros de masa.

APROBADO EN CONSEJO DE ESCUELA:	APROBADO EN CONSEJO DE FACULTAD: 11 DE ENERO 1994	DESDE: 1994	VIGENCIA HASTA:	HOJA 1/6
---------------------------------	---------------------------------------------------	-------------	--------------------	-------------



**UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA BÁSICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



<b>ASIGNATURA:</b> <b>CÁLCULO III</b>				<b>TIPO DE ASIGNATURA:</b> <b>OBLIGATORIA</b>			
<b>CODIGO:</b> <b>0253</b>	<b>UNIDADES:</b> <b>5</b>			<b>REQUISITOS:</b> <b>0252</b>			
<b>HORAS/SEMANA:</b> <b>6</b>	<b>TEORÍA:</b> <b>3</b>	<b>PRÁCTICA:</b> <b>3</b>	<b>LABORATORIO:</b>	<b>SEMINARIO:</b>	<b>TRABAJO SUPERVISADO:</b> <b>2</b>	<b>HORAS TOTALES DE ESTUDIO:</b> <b>6</b>	<b>SEMESTRE:</b> <b>3er</b>

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Al finalizar el estudio de esta asignatura, el alumno estará en condiciones de:

- Calcular dominio, límite, derivada e integral de una función vectorial.
- Representar gráficamente una curva plana definida por sus ecuaciones paramétricas.
- Representar gráficamente una curva plana definida por su ecuación polar.
- Calcular la longitud de una curva dada en forma paramétrica y en coordenadas polares.
- Hacer el estudio local de una curva en el espacio, (recta tangente, circunferencia osculatriz, planos: normal, osculador y rectificante, vectores del triedro de Frenet, curvatura y torsión).
- Calcular velocidad, aceleración, componente tangencial y normal del vector aceleración de una partícula cuya posición viene dada por una función vectorial de tiempo.
- Determinar para una función real de variable vectorial: dominio, límite, continuidad, diferenciabilidad, límite en un punto. Regla de la cadena.
- Encontrar el plano tangente a una superficie, hallar derivadas direccionales y gradiente de una función.
- Resolver problemas de aplicación: valores extremos, optimización con extremos condicionados.
- Aplicar las técnicas de integración múltiple al Cálculo de: áreas de figuras planas y volumen de sólidos limitados por superficies, masa, momento de masa y de inercia, centro de masa, volumen de sólidos.

### CONTENIDOS:

#### PROGRAMA SINÓPTICO

1. Funciones Vectoriales de una variable real.
2. Funciones reales de variable vectorial.
3. Integrales múltiples y aplicaciones

APROBADO EN CONSEJO DE ESCUELA:	APROBADO EN CONSEJO DE FACULTAD: 11 DE ENERO 1994	DESDE: 1994	VIGENCIA HASTA:	HOJA 2/6
---------------------------------	---------------------------------------------------	-------------	-----------------	----------



**UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**ESCUELA BÁSICA**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



<b>ASIGNATURA:</b> CÁLCULO III				<b>TIPO DE ASIGNATURA:</b> OBLIGATORIA			
<b>CODIGO:</b> 0253	<b>UNIDADES:</b> 5			<b>REQUISITOS:</b> 0252			
<b>HORAS/SEMANA:</b> 6	<b>TEORIA:</b> 3	<b>PRÁCTICA:</b> 3	<b>LABORATORIO:</b>	<b>SEMINARIO:</b>	<b>TRABAJO SUPERVISADO:</b> 2	<b>HORAS TOTALES DE ESTUDIO:</b> 6	<b>SEMESTRE:</b> 3er

**PROGRAMA DETALLADO**

**Tema 1: FUNCIONES VECTORIALES DE UNA VARIABLE REAL**

- 1.1.- Presentar  $R^3$ . Nociones generales de Vectores en  $R^2$  y  $R^3$ , operaciones y propiedades. Rectas y planos en el espacio y sus posiciones relativas: Paralelismo. Ortogonalidad.
- 1.2.- Función Vectorial de una Variable Real:  $r(t): R \rightarrow R^2$  ó  $R^3$ . Ejemplos de tales curvas. Construcción de curvas paramétricas (ejemplos físicos geométricos y/o mecánicos) en  $R^2$ . Límites, continuidad, derivada de una curva dada paraméricamente, tangentes, asíntotas, simetrías, cortes. Gráficos (en  $R^2$ ) usando estos conceptos.
- 1.3.- Coordenadas polares y su relación con cartesianas. Curvas en coordenadas polares (en  $R^2$ ). Rectas, círculos, cónicas, caracoles, rosas, lemniscatas. Rotaciones. Dominio, límites, continuidad, simetrías, derivadas, tangentes, período. Ejemplos: Intersecciones (Ecuaciones equivalentes): Gráficas usando estos conceptos. Recordar conceptos de longitud de curva y generalizar a forma polar y paramétrica.
- 1.4.- Trayectoria de una partícula, movimiento en  $R^2$  y  $R^3$ . Vectores: posición, velocidad y aceleración. Rapidez. Parametrización por longitud de arco.
- 1.5.- Vectores: T, N, B, Triedro móvil de Frenet. Planos: Osculador, Normal y Rectificante.
- 1.6.- Curvatura en  $R^2$  y  $R^3$ . Círculo osculador.
- 1.7.- Torsión; componentes normal y tangencial de la aceleración.
- 1.8.- Ecuaciones de Frenet Serret.

**Tema 2: FUNCIONES REALES DE VARIABLE VECTORIAL**

- 2.1.- Funciones de dos o más variables. Coordenadas cilíndricas y esféricas. Superficies cilíndricas y de revolución, Cuádricas. Parametrización de curvas sencillas. (Intersección de superficies).
- 2.2.- Límite ordinario. Límite dirigido. Límites iterados.
- 2.3.- Continuidad.
- 2.4.- Derivada respecto a un vector. Derivada direccional. Derivada parcial.
- 2.5.- Diferenciabilidad. Vector gradiente.
- 2.6.- Derivada de una función compuesta. Regla de la cadena.
- 2.7.- Plano tangente y recta normal a una superficie.

APROBADO EN CONSEJO DE ESCUELA:	APROBADO EN CONSEJO DE FACULTAD: 11 DE ENERO 1994	DESDE: 1994	VIGENCIA HASTA:	HOJA 3/6
---------------------------------	---------------------------------------------------	-------------	-----------------	----------



**UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**ESCUELA BÁSICA**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



<b>ASIGNATURA:</b> CÁLCULO III				<b>TIPO DE ASIGNATURA:</b> OBLIGATORIA			
<b>CODIGO:</b> 0253	<b>UNIDADES:</b> 5			<b>REQUISITOS:</b> 0252			
<b>HORAS/SEMANA:</b> 6	<b>TEORIA:</b> 3	<b>PRÁCTICA:</b> 3	<b>LABORATORIO:</b>	<b>SEMINARIO:</b>	<b>TRABAJO SUPERVISADO:</b> 2	<b>HORAS TOTALES DE ESTUDIO:</b> 6	<b>SEMESTRE:</b> 3er

- 2.8.- Diferencial total. Definición de error absoluto, relativo y porcentual. Aplicaciones.
- 2.9.- Derivadas de orden superior.
- 2.10.- Derivada de funciones definidas implícitamente.
- 2.11.- Desarrollo de Taylor para funciones de dos variables.
- 2.12.- Valores extremos. Puntos críticos. Criterio del Hessiano.
- 2.13.- Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange.
- 2.14.- Aplicaciones.

**Tema 3: INTEGRALES DOBLES Y TRIPLES. APLICACIONES**

- 3.1.- Definición de integral doble.
- 3.2.- Cálculo de una integral doble por integrales iteradas.
- 3.3.- Teorema de cambio de variables en una integral doble. Matriz Jacobiana.
- 3.4.- Cambios de variables: polares, lineales y otros.
- 3.5.- Aplicaciones de las integrales dobles.
  - 3.5.1.- Cálculo de áreas de regiones planas (láminas).
  - 3.5.2.- Cálculo de volúmenes de sólidos limitados por superficies.
  - 3.5.3.- Cálculo de masa, momentos, centros de masa y momentos de inercia de regiones planas (láminas).
- 3.6.- Integral triple.
- 3.7.- Cambio de variables en integrales triples.
- 3.8.- Cambios de variables: cilíndricas, esféricas y otras.
- 3.9.- Aplicaciones de las integrales triples.
  - 3.9.1.- Cálculo de volúmenes de sólidos.
  - 3.9.2.- Cálculo de masa, momentos, centros de masa y momentos de inercia de sólidos. Teorema de Steiner.

**PROGRAMACIÓN CRONOLÓGICA**

TEMA	Nº DE HORAS TOTAL	Nº DE HORAS TEORÍA	Nº DE HORAS PRÁCTICA
1	40	20	20
2	30	15	15
3	18	9	9
<b>TOTAL</b>	<b>88</b>	<b>44</b>	<b>44</b>



**UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA BÁSICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



<b>ASIGNATURA:</b> <b>CÁLCULO III</b>				<b>TIPO DE ASIGNATURA:</b> <b>OBLIGATORIA</b>			
<b>CODIGO:</b> <b>0253</b>	<b>UNIDADES:</b> <b>5</b>			<b>REQUISITOS:</b> <b>0252</b>			
<b>HORAS/SEMANA:</b> <b>6</b>	<b>TEORIA:</b> <b>3</b>	<b>PRÁCTICA:</b> <b>3</b>	<b>LABORATORIO:</b>	<b>SEMINARIO:</b>	<b>TRABAJO SUPERVISADO:</b> <b>2</b>	<b>HORAS TOTALES DE ESTUDIO:</b> <b>6</b>	<b>SEMESTRE:</b> <b>3er</b>

### **ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES**

El control del desarrollo de las clases está centrado en el profesor. El trabajo en aula está orientado al dominio paulatino de cada tópico, a través de resolución de problemas. Dicha resolución de problemas se desarrolla en dos etapas, primero aplicando procesos algorítmicos y luego, con ayuda del docente, encontrar solución a problemas menos estructurados. El trabajo es predominantemente individual.

### **MEDIOS INSTRUCCIONALES O RECURSOS**

El recurso principal será la exposición oral y escrita de un tema, por lo que será objeto de la máxima atención por parte del estudiante. Se hará uso de tiza, marcadores, pizarrón, material impreso, fotocopiado y libros.

### **PLAN DE EVALUACIÓN**

#### **Evaluaciones parciales**

Se efectuarán tres exámenes parciales en las fechas acordadas con el profesor, y dentro las siguientes semanas:

- 1er. Examen PARCIAL, Semana 6 y el contenido a evaluar es el tema 1.
- 2do. Examen PARCIAL, Semana 11 y el contenido a evaluar es el tema 2.
- 3er. Examen PARCIAL, Semana 16 y el contenido a evaluar es el tema 3.

Todas las evaluaciones parciales tienen el mismo peso porcentual sobre la nota definitiva.

#### **Examen de Recuperación**

Esta evaluación opcional es departamental y se realizará en la semana de recuperación contemplada en el cronograma. Es un examen que abarca el contenido del parcial donde el estudiante obtuvo la calificación más baja y la nota obtenida en esta evaluación sustituye a la del examen parcial a recuperar.

Tendrán derecho a presentarlo:

- Los estudiantes que por causas justificadas tengan inasistencia a alguno de los exámenes parciales.
- Los estudiantes que deseen mejorar el promedio definitivo del curso.

APROBADO EN CONSEJO DE ESCUELA:	APROBADO EN CONSEJO DE FACULTAD: 11 DE ENERO 1994	DESDE: 1994	VIGENCIA HASTA:	HOJA 5/6
---------------------------------	---------------------------------------------------	-------------	--------------------	-------------



**UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**ESCUELA BÁSICA**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



ASIGNATURA: <b>CÁLCULO III</b>				TIPO DE ASIGNATURA: <b>OBLIGATORIA</b>			
CODIGO: <b>0253</b>	UNIDADES: <b>5</b>			REQUISITOS: <b>0252</b>			
HORAS/SEMANA: <b>6</b>	TEORÍA: <b>3</b>	PRÁCTICA: <b>3</b>	LABORATORIO:	SEMINARIO:	TRABAJO SUPERVISADO: <b>2</b>	HORAS TOTALES DE ESTUDIO: <b>6</b>	SEMESTRE: <b>3er</b>

### Examen de Reparación

Es un examen departamental opcional que se realiza en la fecha que fije la Coordinación Académica de la Facultad. Tendrán derecho a esta evaluación los estudiantes que no habiendo aprobado la asignatura, tienen presentadas por lo menos dos de las evaluaciones parciales. No podrán presentar este examen los estudiantes que pierden la materia por inasistencia.

### REQUISITOS FORMALES:

Para cursar esta materia, el estudiante debe haber aprobado Cálculo II (0252). Será requisito de Cálculo Vectorial (0254), Variable Compleja y Cálculo Intermedio Aplicado (0264).

### REQUISITOS ACADÉMICOS.

Deberá tenerse habilidad en el Cálculo diferencial e integral de funciones de una variable.

### BIBLIOGRAFÍA

1. Anton, Howard. **Cálculo con Geometría Analítica**. Volumen 2. Limusa.
2. Bradley/Smith. **“Cálculo con Varias Variables”**. Prentice Hall.
3. Edwards/Penney. **“Cálculo con Trascendentes Tempranas”**. Prentice Hall. Pearson. 7ma. Edición.
4. Finney/Thomas. **“Cálculo de Varias Variables”**. Addison Wesley Longman.
5. Grossman, Stanley: **“Álgebra Lineal”**. Grupo Edit. Iberoamérica 1.999
6. Larson-Hostetler-Edwards. **“Cálculo”**. Volumen 2. MacGraw-Hill. 6ta edición.
7. Pita, Claudio: **“Cálculo Vectorial”**. Prentice Hall.
8. Quintero, José Luis. Guía de Ejercicios. **“Funciones Vectoriales de Variable Real”, “Funciones de Varias Variables”, “Integrales Dobles y Triples”**. Facultad de Ingeniería. UCV.

APROBADO EN CONSEJO DE ESCUELA:	APROBADO EN CONSEJO DE FACULTAD: 11 DE ENERO 1994	DESDE: 1994	VIGENCIA HASTA:	HOJA 6/6
---------------------------------	---------------------------------------------------	-------------	-----------------	----------